| | | |
|---|---|---|
| المملكة المغربية<br>وزارة التربية الوطنية<br>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه | مباراة الدخول إلى مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي الإعدادي<br>المراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين<br>دورة شتنبر 2013 - الموضوع | خاص بكتابة الامتحان<br>رقم الامتحان: |
| الاسم الشخصي والعائلي: OMAR<br>تاريخ ومكان الازدياد: | | |
| المسلك : إعدادي | مادة التخصص : الرياضيات | مدة الإنجاز : 4 ساعات — المعامل : 1 |

| | | |
|---|---|---|
| المسلك : إعدادي<br>مادة التخصص: الرياضيات | على المصحح التأكد من أن النقطة النهائية هي على ..40.<br>النقطة النهائية بالأرقام ..... وبالحروف ..... | خاص بكتابة الامتحان |
| رمز الموضوع: 207 | إسم المصحح وتوقيعه: OMAR | الصفحة: 1 على 11 |

## LIRE TRES ATTENTIVEMENT

**L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple**

## ATTENTION :

- **IL NE VOUS EST DELIVRE QU'UN SEUL QCM**
- **LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISEES**

1. **Cette épreuve comporte 40 questions données comme suit :**
   - **Partie I :**
     - **Les questions de 1 à 8 sont liées.**
     - **Les questions 9 à 15 sont indépendantes.**
     - **Les questions 16 à 19 sont liées.**
   - **Partie II :**
     - **Les questions 20 à 22 sont indépendantes.**
     - **Les questions de 23 à 33 sont liées.**
     - **Les questions de 34 à 40 sont liées.**
2. **Pour chaque question numérotée de 1 à 40, on vous propose 4 réponses a ; b ; c et d dont l'une seulement est juste.**
3. **Le barème est comme suit : un point pour toute réponse juste et zéro point dans le cas contraire.**
4. **EXEMPLES DE REPONSES**

**Question 1 : 12 + 2 vaut :**

**A) 3 B) 5 C) 14 D) Aucune**

**Question 2 : le produit $(-1)(-3)$ vaut :**

**A) -3 B) -1 C) 4 D) Aucune**

**Pour les réponses vous marquerez sur la feuille :**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Question 1 :** | a | b | (c) | d |
| **Question 2 :** | a | b | c | (d) |

CPR 2013

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مصلحة الامتحانات



## PARTIE I

### Exercice 1 :

Soit la fonction $f$ définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=x\ln(1+x)$

Pour $n$ un entier naturel non nul , on considère l'équation : $(E_n)$ : $f(x)=\frac{1}{n^2}$

**Question 1:** $f$ est deux fois dérivable sur $[0,+\infty[$ et on a :

a. $f'(x)=\ln(1+x)-\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x^2)^2}$

b. $f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{x+2}{(1+x)^2}$

c. $f'(x)=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}$ et $f''(x)=\frac{1}{1+x^2}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 2:** La fonction $f$ est :

a. strictement croissante sur $[0,+\infty[$

b. strictement décroissante sur $[0,+\infty[$

c. croissante sur $[0,1]$ et décroissante sur $[1,+\infty[$

d. aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question3:** l'image de l'intervalle $[0,+\infty[$ par la fonction $f$ est:

a. $[0,+\infty[$

b. $]-1,+\infty[$

c. $\mathbb{R}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Qestion4:** $f$ admet une fonction réciproque qui vérifie:

a. $f^{-1}$ est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=+\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=0$

b. $f^{-1}$ est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=0$ et $\lim_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=+\infty$

c. $f^{-1}$ est définie sur $[0,+\infty[$ et $\lim_{x\to 0^+} f^{-1}(x)=+\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} f^{-1}(x)=1$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question5:** L'équation $(E_n)$ admet une solution unique $\alpha_n$ sur $[0,+\infty[$ car:

a. $f$ est continue sur $[0,+\infty[$ et $\frac{1}{n^2}\in[0,+\infty[$

b. $f$ est continue sur $[0,+\infty[$ et $f([0,+\infty[)=[0,+\infty[$

c. $f$ est continue sur $[0,+\infty[$ et $f([0,+\infty[)=[0,+\infty[$ et $\frac{1}{n^2}\in[0,+\infty[$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question6:** La suite $(\alpha_n)_{n\geq 1}$ est convergente car:

a. décroissante et majorée par 1
b. croissante et majorée par 1
c. décroissante et minorée par 0
d. pour d'autres raisons

**Questions 7:** La limite de $(\alpha_n)_{n\geq 1}$ est:

a. 1
b. $+\infty$
c. 0
d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 8:** Pour la fonction $f$ et la suite $(\alpha_n)$ on a:

a. $f(x)\underset{x\to 0}{\sim} x^2$ et $\alpha_n \underset{x\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n}$

b. $f(x)\underset{x\to 0}{\sim} x^2$ et $\alpha_n \underset{x\to+\infty}{\sim} \frac{1}{n^2}$

c. $f(x)\underset{x\to 0}{\sim} 1+x^2$ et $\alpha_n \underset{x\to+\infty}{\sim} \frac{1}{1+n}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

## Exercice 2:

**Question9:** Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^x(x-1)+x^2$ on a :

a. $g$ est positive sur $]0,+\infty[$

b. $g$ est négative sur $]0,1[$

c. $g$ est strictement croissante sur $]0,+\infty[$

d. L'équation $g(x)=0$ admet une seule solution sur $\mathbb{R}$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question10:** Soit $f$ la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{\sqrt{x+1}-1}$ ; on a alors :

a. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$

c. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$

d. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

**Question11 :** Soit la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par : $a_1=2$ ; $a_{n+1}=a_n+2n \quad n\geq 1$ . la valeur de $a_{100}$ est :

a. 9900

b 9902

c 9904

d. 10100

**Question12 :** Si 5+15+45+135+……+N=147620 alors la valeur de N est :

a. 49205

b. 295245

c. 32805

d. 98415

**Question13 :** Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : pour tout entier naturel n ; $u_n=2(-1)^n-\cos(n\pi)$ .alors :

a. Pour tout n de IN ; $u_n+u_{n+1}=0$

b. la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ converge vers 0

c. $\{u_n \,/\, n\in IN\}$ est infini

d. $\{n\in IN \text{ tel que } u_n=0\}\neq\varnothing$

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question14 :** a et b sont deux réels $(a \leq b)$ et u et v sont deux fonctions continues sur IR . Alors :

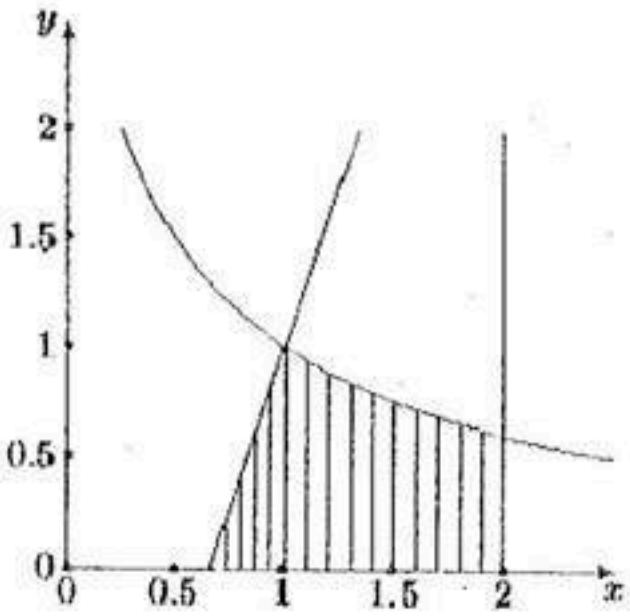
a. si $\int_a^b u(t)dt = \int_a^b v(t)dt$ alors u = v sur [a ; b]

b. si $\int_a^b u(t)dt > 0$ alors u > 0 sur [a ; b]

c. si u est positive sur [a ; b], alors $\int_a^b u(t)dt \geq 0$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question15 :** L'aire Δ de la surface comprise entre les courbes d'équations




$y = \dfrac{3}{2x+1}$ ; $y = 3x - 2$ ; $x = 2$ *et* $y = 0$ est:

a. $-\dfrac{7}{6} + \dfrac{3}{2}\ln 15$

b. $-\dfrac{1}{6} + 3\ln\left(\dfrac{5}{3}\right)$

c. $\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{3} + 3\ln\left(\dfrac{5}{3}\right)\right]$

d. $-\dfrac{5}{2} + 3\ln\left(\dfrac{3}{7}\right)$

## Exercice3 :

On considère la fonction $\phi$ définie par : $\phi(x) = \int_x^{x^2} \dfrac{dt}{\ln t}$

**Question 16 :** Le domaine de définition D de $\phi$ est :

a. $]0,1[\cup]1,+\infty[$

b. $]0,e[\cup]e,+\infty[$

c. $]0,+\infty[$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question 17 :** La fonction $\phi$ est dérivable sur D et on a :

a. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{1}{(\ln x)^2}$

b. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{1}{\ln x - 1}$

c. $(\forall x \in D)\ \ \phi'(x) = \dfrac{x-1}{\ln x}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 18 :** La fonction $\phi$ admet une limite à droite de 0 et on a :

a. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = +\infty$

b. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = 1$

c. $\lim\limits_{x \to 0^+} \phi(x) = 0$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 19 :** En utilisant un encadrement convenable ; on démontre que :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = +\infty$

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = 0$

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} \phi(x) = 1$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

## PARTIE II

### Exercice1

**Question 20 :** Pour tout entier naturel n ,on pose $S_n = \sum\limits_{p=0}^{n} (-1)^p C_n^p$ ; on a :

a. $S_n = 0$

b. $(S_n = 0 \ \ si \ \ n > 0\ )\, et\ (S_0 = 1)$

c. $S_n = 2$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question 21 :** A, B et C trois parties finies d'un ensemble E

a. $card(A \cup B \cup C) = card(A) + card(B) + card(C) - card(A \cap B \cap C)$

b. $card(A \cup B \cup C) = card(A) + card(B) + card(C) - card(A \cap B)$
$- card(A \cap C) - card(B \cap C) + card(A \cap B \cap C)$

c. $card(A \cup B \cup C) = card(A) + card(B) + card(C)$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 22 :** $g$ est un endomorphisme de $\mathbb{R}_3[X]$ ( ensemble des polynômes à coefficients réels et de degré inferieur ou égal à 3) définie par : $g(P) = XP' - 2P$ ; alors :

a. Le noyau de $g$ est le sous-espace vectoriel engendré par $X^2$

b. Le noyau de $g$ est le sous-espace vectoriel engendré par $X^2 + 1$

c. Le noyau de $g$ est le sous-espace vectoriel engendré par $(X^2 ; X)$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

## Exercice 2 :

On se place dans $\mathbb{R}^2$ , et on considère l'application :

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$
$$(x;y) \to (3x-y;-x+3y)$$

On muni $\mathbb{R}^2$ de sa base canonique $B$

**Question23 :** Parmi les assertions suivantes ; laquelle est vraie ?

a. $f$ est un endomorphisme de $\mathbb{R}^2$

b. $f$ n'est pas linéaire car par exemple $f(2;1) \neq f(1;1)$

c. $\ker f \neq \{(0,0)\}$ et tout endomorphisme injectif d'un espace vectoriel de dimension fini étant bijectif ; $f$ est un automorphisme.

d. $f$ est un projecteur.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question24 :** Si C et C' sont deux bases de $IR^2$, on notera $Mat(f,C,C')$ la matrice de f dans les bases C (base de l'ensemble de départ) et C' (base de l'ensemble d'arrivée). Parmi les assertions suivantes ; lesquelles sont vraies ?

a. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$

b. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$

c. $Mat(f,B,B)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 25 :** Le théorème du rang permet de dire que : pour tout endomorphisme g d'un espace vectoriel E de dimension fini on a :

a. dim kerg + dim Img < dimE

b. Kerg $\oplus$ Img = E

c. dim kerg + dim Img = dimE

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question 26 :** On rappelle que $\lambda$ est valeur propre de $f$ si et seulement si $\ker(f-\lambda\, id)\neq\{(0,0)\}$
On affirme donc que :

a. $\lambda$ est valeur propre de $f$ $\Leftrightarrow$ dim Im$(f-\lambda\, id)=2$

b. $\lambda$ est valeur propre de $f$ $\Leftrightarrow$ Rang$(f-\lambda\, id)\leq 1$

c. $\lambda$ est valeur propre de $f$ $\Leftrightarrow$ $f-\lambda\, id$ est un endomorphisme

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

**Question27 :** Les valeurs propre de $f$ sont :

a. 3 et -1

b. 4 et 2

c. 4 et -2

d. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

**Question 28 :** Soit $(\alpha;\beta)\in IR^2$ avec $\alpha\neq\beta$ et soient u et v deux éléments de $IR^2$ tel que : $f(u)=\alpha u$ et $f(v)=\beta v$. On a :

a. u et v sont liés

b. u et v sont linéairement indépendants

c. (u ; v) est une base de $IR^2$

d. Aucune des trois réponses précédentes n'est correcte

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question 29 :** Soit $\alpha \in$ IR et soient u et v deux éléments de $IR^2$ tel que : $f(u) = \alpha u$ et $f(v) = \alpha v$. On a :

a. nécessairement u = v
b. (u ; v) est liée car dim ker( $f - \alpha$ id) $\leq 1$
c. On ne peut pas savoir si (u ; v) est libre ou liée car cela dépend des valeurs $\alpha$
d. (u ; v) est une famille génératrice de $IR^2$

**Question 30 :** Soit $B' = ((1,1);(1,-1))$ une base de $IR^2$. On appelle $Pass(B,B')$ la matrice de passage de la base $B$ à la base $B'$. On peut affirmer que :

a. $Pass(B,B') = Mat(id,B',B')$
b. $Pass(B,B') = Mat(id,B,B')$
c. $Pass(B,B') = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
d. aucune des réponses précédentes n'est correcte.

**Question 31 :** Parmi les assertions suivantes ; laquelle est vraie :

a. $Mat(f,B,B) = Pass(B,B')Mat(f,B',B')Pass(B,B')$
b. $Mat(f,B,B) = Pass(B',B')Mat(f,B',B')Pass(B',B')$
c. $Mat(f,B',B') = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

**Question 32 :** $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels. On a :

a. $(\forall k \in \mathbb{N}); [Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')]^k [Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^k$
b. $(\forall k \in \mathbb{N}); [Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')]^k [Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^{-k}$
c. $(\forall k \in \mathbb{N}); [Mat(f,B,B)]^k = [Pass(B,B')][Mat(f,B',B')]^k [Pass(B,B')]^{-1}$
d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question 33 :** Si A est une matrice carrée à coefficients réels ; on définira l'exponentielle de A comme étant : $\exp A = \lim\limits_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{A^k}{k!}$ si cette limite existe ; alors :

a. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^2 & 0 \\ 0 & e^4 \end{pmatrix}$

b. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right)$ n'est pas définie.

c. $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^3 & e^{-1} \\ e^{-1} & e^3 \end{pmatrix}$

d. Aucune des réponses précédentes n'est vraie.

## Exercice 3 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

On appelle (D) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$ ; $t \in \mathbb{R}$

et (P) le plan d'équation cartésienne $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

**Question 34 :** Parmi les points suivants ; lequel appartient à (D) ?

a. $M(-1 ; 3 ; 2)$

b. $N(2 ; -1 ; -1)$

c. $R(3 ; 1 ; -4)$

d. Aucun des points proposés n'appartient à (D).

**Question 35 :** Parmi les vecteurs suivants ; lequel est un vecteur directeur de (D) ?

a. $\vec{u}(1;2;-3)$

b. $\vec{v}(-2;-1;1)$

c. $\vec{w}(3;1;-4)$

d. Aucun des vecteurs proposés n'est directeur de (D).

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار



**Question 36 :** Quelle est la position relative de (D) et (P) ?

a. (D) est incluse dans P

b. (D) est strictement parallèle à (P)

c. (D) et (P) sont sécants

d. (D) est perpendiculaire à (P)

**Question 37 :** Parmi les points suivants quel point appartient à (P) ?

a. $G_1(1\ ;3\ ;-2)$

b. $G_2(1\ ;3\ ;2)$

c. $G_3(1\ ;3\ ;-1)$

d. $G_4(3\ ;0\ ;0)$

**Question 38 :** Parmi les plans suivants; lequel est perpendiculaire à (P) ?

a. Le plan $(Q_1)$ d'équation cartésienne $x + 2y - 3z + 1 = 0$

b. Le plan $(Q_2)$ d'équation cartésienne $4x - 5y - 2z + 3 = 0$

c. Le plan $(Q_3)$ d'équation cartésienne $-3x + 2y - z - 1 = 0$

d. Aucun des plans $(Q_1)$ ; $(Q_2)$ et $(Q_3)$ n'est perpendiculaire à (P).

**Question 39 :** La distance du point T de coordonnée (-1 ;-3 ; 2) au plan (P) est :

a. $\sqrt{2}$

b. 14

c. $2\sqrt{3}$

d. Aucune des valeurs proposées.

**Question 40 :** La distance du point T de coordonnée (-1 ;-3 ; 2) à la droite (D) est :

a. $\sqrt{2}$

b. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d. Aucune des valeurs proposées.

**FIN.**